# Estimer une incertitude

**Définition de l'incertitude**
Paramètre associé au résultat d'un mesurage qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurage.

***L'incertitude, au sens large, d'une mesure est la zone au sein de laquelle se trouve <u>probablement</u> la valeur vraie.***
***Cette zone est définie par une dispersion et se quantifie par un écart type.***
***Elle reflète la qualité d'un mesurage, d'un instrument ou d'une méthode employée. C'est donc un indicateur de qualité***

## Vocabulaire et Notations

o La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le ***mesurande.***
o On appelle ***mesurage*** l'action de mesurer, c'est à dire l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.
o Le ***résultat du mesurage*** (résultat de mesure) est un ensemble de valeurs attribuées à un mesurande complété par toute information pertinente disponible, en particulier des informations sur l'incertitude de mesure qui permet d'indiquer quel est l'intervalle des valeurs probables du mesurande.

→ expression complète du résultat du mesurage :

**X = x ± ΔX, unité, niveau de confiance**

Avec les notations de métrologie : **x *la mesure*** de la valeur de la grandeur (un nombre), **ΔX *l'incertitude de mesure*** et **X *le résultat de la mesure***.

Remarque :
o La ***valeur vraie*** ($X_{vrai}$) du mesurande est la valeur que l'on obtiendrait si le mesurage était parfait. Un mesurage n'étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue, mais on peut parler de valeur conventionnellement vraie.

## Incertitude de mesure

Une part importante du travail expérimental réside dans l'estimation de ΔX cet intervalle de confiance sera associé à un niveau de confiance donné exprimé en %.
La détermination d'une incertitude revient à estimer les doutes. Abordons deux méthodes :

### Méthodes de type A.

Elles se fondent sur l'application de méthodes statistiques à une série de valeurs expérimentales répétées. L'incertitude-type s est alors déterminée à partir du calcul de l'écart-type empirique corrigé dit expérimental :

$$s_{exp} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$ **... $\sigma_{n-1}$ des calculatrices**

avec $\bar{x}$ moyenne arithmétique : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

et l'incertitude-type s est telle que : $s = \sqrt{\frac{1}{n}}\, s_{exp}$ .

### Méthodes de type B.

L'incertitude-type est aussi déterminée à partir du calcul d'un écart type mais celui-ci n'est pas calculé sur une série de valeurs, mais il est « estimé » à partir d'informations: expériences, certificat d'étalonnage, classe des instruments, documentation constructeur…

Quelques exemples usuels :

| cas | incertitude-type |
|---|---|
| indicateur numérique | si la résolution est b : $s = \frac{b}{2\sqrt{3}} = \frac{b}{\sqrt{12}}$ |
| lecture d'un indicateur analogique (cadran, réglet…) | $s_{lecture} = \frac{1 graduation}{\sqrt{12}}$ |
| classe d'un instrument | si la classe est définie par ±a : $s = \frac{a}{\sqrt{3}}$ |
| expérience : par exemple : classe de positions x pour la mise au point d'une image sur un banc d'optique | $x_{min} < x < x_{max}$ ; demi-largeur : $a = (x_{max} - x_{min})/2$ ; $s = \frac{a}{\sqrt{3}}$ |
| indication de type c ; ±c donnée par un constructeur sans autre information | estimation : $s = \frac{c}{\sqrt{3}}$ |
| *Ces résultats s'obtiennent à partir des lois de dispersion. Ces incertitudes-types s'ajoutent selon : $s^2 = s_1^2 + s_2^2$ …* | |

## Incertitude-type élargie et niveau de confiance

L'incertitude-type élargie est ΔX et elle s'exprime sous la forme ΔX=k×s où k est le facteur d'élargissement. Il dépend du nombre de mesures mais pour simplifier, on prendra k=2 pour un niveau de confiance de 95%.

## Incertitude relative du résultat

Elle vaut : $\frac{\Delta X}{x}$ en % et ΔX est l'incertitude absolue.

Rq : L'incertitude-type relative vaut : $\frac{s}{x}$ ; en %

## Incertitude composée

Lorsqu'un résultat est obtenu à partir de mesurage de grandeurs $g_1$, $g_2$, … indépendantes :

$$\Delta X = \sqrt{(\Delta_{g1})^2 + (\Delta_{g2})^2 + \ldots}$$ si $X = g_1 + g_2 + \ldots$

$$\frac{\Delta X}{x} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{g1}}{g1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{g2}}{g2}\right)^2 + \ldots}$$ si $X = g_1 \times g_2 \times \ldots$

# Quelques exemples

❖ **Evaluation d'une incertitude-type de résolution lors d'une pesée**

Une pesée est faite avec une balance numérique de résolution 1 g (b = 1g) c'est-à-dire que lors de la pesée, le dispositif va arrondir le résultat au gramme prés.

Alors s = $\frac{1}{\sqrt{12}}$ = 0,3 g, 1seul cs : voir remarque qui suit

Remarque : si la masse mesurée est de 112 g et si la résolution est la seule incertitude prise en compte :
M = 112,0 ± 0,6 g ; 95 %

❖ **Evaluation d'une incertitude-type d'un volume équivalent lors d'un dosage**

Lors d'un dosage colorimétrique l'expérimentateur verse à l'équivalence 15,6 mL de la solution titrante. La détermination de l'équivalence s'effectue à la goutte près (0,04 mL) et la burette utilisée est de classe A (± 0,02 mL).

Alors $s_{goutte} = \frac{0,04}{\sqrt{3}}$ = 0,023 mL et $s_{classe} = \frac{0,02}{\sqrt{3}}$ = 0,012 mL

Au final, $s_{vol\ équiv} = \sqrt{(0,023)^2 + (0,012)^2}$ = 0,026 mL et Veq=15,60 ± 0,06 mL ; 95 %

❖ **Evaluation d'une incertitude-type de la résistance d'un conducteur ohmique**

Les quatre anneaux de couleur caractérisant la résistance sont brun, noir, noir et or. La résistance est donc égale à R = 10 Ω ± 5 %

Alors s= $\frac{10 \times \frac{5}{100}}{\sqrt{3}}$ = 0,29 Ω et R =10,0 ± 0,6 Ω ; 95 %

❖ **Evaluation d'une incertitude-type lors d'une mesure de tension**

Si le voltmètre est de classe 2 :

Choix du calibre : 20 V

$s_{classe} = \frac{20 \times \frac{2}{100}}{\sqrt{3}}$ = 0,23 V

Choix du calibre : 100 V

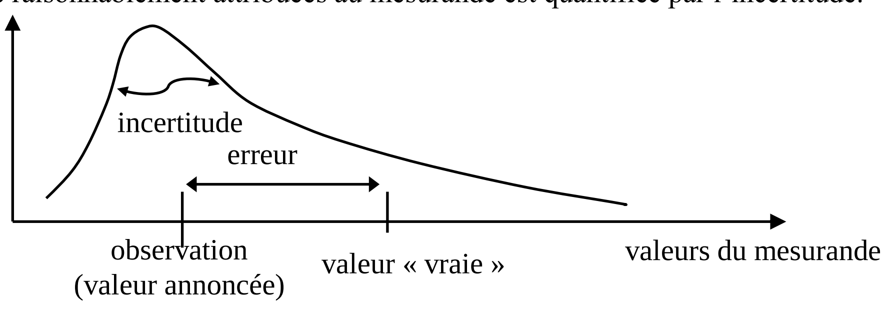
$s_{classe} = \frac{100 \times \frac{2}{100}}{\sqrt{3}}$ = 1,1 V

Remarques :
Si l'on effectue la mesure d'une tension de 3 V sur le calibre 20 V, l'incertitude (-type) relative sera de 0,23/3 = 7,7 % ; Si l'on effectue la mesure d'une tension de 3 V sur le calibre 100 V, l'incertitude relative sera de 1,1/3 = 38 % ; d'où un choix judicieux du calibre …

# *Concepts d'erreur et d'incertitude*

Lorsque l'on a évalué la totalité des composants de l'erreur, connues ou soupçonnées, et que les corrections appropriées ont été appliquées, il subsiste encore une incertitude sur la validité du résultat annoncé.
L'erreur est la différence entre la valeur annoncée c'est-à-dire le résultat de la mesure ou de l'essai et la valeur vraie ou plus précisément conventionnellement vraie.

L'incertitude quantifie la nature aléatoire des valeurs attribuées au mesurande : lorsque l'on répète une mesure ou un essai, le résultat n'est pas strictement identique à chaque fois. Cette dispersion des valeurs pouvant être raisonnablement attribuées au mesurande est quantifiée par l'incertitude.



# *Compléments : incertitude-type élargie*

Dans le cas d'une loi de distribution normale :

- si k = 1, le niveau de confiance est de 68 %,
- si k = 2, le niveau de confiance est de 95 %,
- si k = 3, le niveau de confiance est de 99 %,

Toutefois, le nombre de mesures mises en œuvre étant généralement faible, le facteur d'élargissement k est assimilable au coefficient de Student t disponible dans la table de Student : il varie selon le nombre de mesures n et le niveau de confiance :

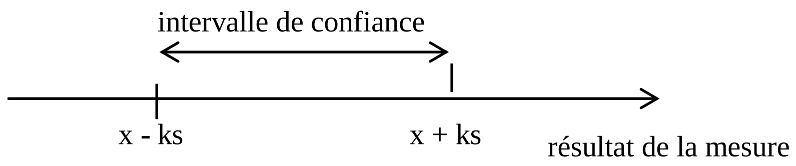
Typiquement on utilise les niveaux de confiance 95 % et 99 % : on retient le plus souvent 95 %.

| n | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| k ; 95% | 12,7 | 4,3 | 3,18 | 2,78 | 2,57 | 2,45 | 2,37 | 2,31 | 2,26 | 2,2 | 2,16 | 2,13 | 2,09 |
| k ; 99% | 63,7 | 9,93 | 5,84 | 4,6 | 4,03 | 3,71 | 3,5 | 3,36 | 3,25 | 3,11 | 3,01 | 2,95 | 2,86 |

Par exemple, ceci veut dire que, si l'on effectue 6 mesurages et si X est le résultat de la mesure, alors la valeur vraie ou conventionnellement vraie, a 95 % de chances de se trouver dans l'intervalle de confiance en prenant k = 2,57.

Dans le cas général : $x - t\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} \leq X \leq x + t\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$

s'exprime par : $x - ks \leq X \leq x + ks$




***Bibliographie :***

***- Estimer l'incertitude ; Mesures-essais de Christophe Perruchet et Marc Priel ; éditeur AFNOR***

***- Document EDUSCOL : Nombres, mesures et incertitude , Mai 2010.***

***http://media.eduscol.education.fr/file/PC/66/3/Ressources_PC_nombres_mesures_incertitudes_144663.pdf***

***- Document EDUSCOL: Mesures, erreurs et incertitudes en physique-chimie - René Moreau : université d'été, du 9 au 13 juillet 2001, Cachan, © Ministère de la Jeunesse, de l'Éducation nationale et de la Recherche /Direction de l'Enseignement scolaire- Eduscol le 01 avril 2003***

***http://ead.univ-angers.fr/~capespc/physique/generalites/mesureserreursincertitudes_moreau2.pdf***

**-** ***http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_F.pdf***