

Logique et quantificateurs autour du théorème de Varignon

fiche élève

L'objectif de ce T.P. est de répondre à des propositions mathématiques, puis de justifier ces réponses. Pour ceci, on s'aidera des manipulations sur un logiciel de géométrie dynamique.

Logiciel utilisé : GEOGEBRA.

Préambule

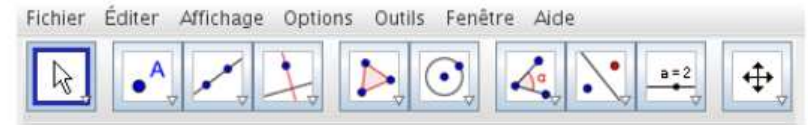
- Construire un carré $ABCD$ (on pourra pour cela faire apparaître la grille et les axes).
- Construire E , F , G et H les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ et tracer le polygone $EFGH$.
- Quelle semble être la nature du quadrilatère $EFGH$?

Propositions à étudier

On a fait ci-dessous sept propositions (phrases mathématiques). Pour chacune d'elles, il s'agit de dire si elle est vraie ou fausse et de justifier la réponse en s'aidant des figures obtenues en déplaçant les points A , B , C et D du préambule.

1. Si A , B , C , et D sont tels que $ABCD$ est un rectangle, alors $EFGH$ est aussi un rectangle.
2. Si A , B , C , et D sont tels que $ABCD$ est un parallélogramme, alors $EFGH$ est aussi un parallélogramme.
3. Si A , B , C , et D sont tels que $ABCD$ est un losange, alors $EFGH$ est aussi un losange.
4. Il est nécessaire que $ABCD$ soit un parallélogramme pour que $EFGH$ soit aussi un parallélogramme.
5. Il faut que $ABCD$ soit un carré pour que $EFGH$ soit aussi un carré.
6. Quel que soit le quadrilatère $ABCD$, $EFGH$ est un parallélogramme.
7. Il existe un quadrilatère $ABCD$ qui ne soit pas un rectangle et pour lequel $EFGH$ est un losange.

En haut de l'écran apparaît une barre d'outils formée de plusieurs icônes que nous avons numérotées pour simplifier. Elles présentent chacune un menu auquel on accède en cliquant sur le petit triangle en bas à droite de l'icône.



- **Propriété d'un objet** : Un clic droit sur un objet ou sur son nom dans la liste permet de le renommer, l'effacer ... et d'accéder à ses propriétés. Un clic droit dans la fenêtre de droite permet de choisir d'afficher ou non les axes du repère.
- **Pour manipuler un objet** : *Icône 1* : Cliquer sur ce bouton après avoir créé un objet sinon l'icône qui vient d'être utilisée reste active et tout clic dans la fenêtre crée un nouvel objet.
- **Pour construire un point, le point d'intersection I de deux droites, un milieu** :
 Icône 2/Nouveau point : Cliquer dans la fenêtre ou pour placer par exemple le point P de coordonnées $(-2; 3)$ de façon précise, on peut taper « $P = (-2, 3)$ » dans la bande de saisie en bas de l'écran.
 Icône 2/Intersection entre deux objets : Cliquer sur les deux droites et taper I . Le principe est le même pour toutes les constructions faisant intervenir deux objets ou plus.
 Icône 2/Milieu ou centre : Cliquer sur les deux points, le segment ou le cercle.
- **Pour créer un segment (une droite...)** *Icône 3* : Cliquer deux fois dans la fenêtre pour créer le segment et ses extrémités. Si les points existent déjà il suffit de cliquer dessus. La lettre affichée près du segment est son nom (ou Étiquette). On peut choisir d'afficher ou non le nom et/ou la longueur du segment. (Clic droit/Propriétés/Onglet Basique/Étiquette)
- **Pour construire une droite perpendiculaire, une droite parallèle...** Exemple pour la droite perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point A :
 Icône 3 : Cliquer sur le point A et sur (BC) .
- **Pour construire d'autres objets, explorer les menus déroulants sous les boutons...**