1997

Épreuve Officielle

Exercice n°1 : (5 points)

Les Picmen

Une " démo " d'un jeu vidéo fonctionne seule sur l'écran d'une console.

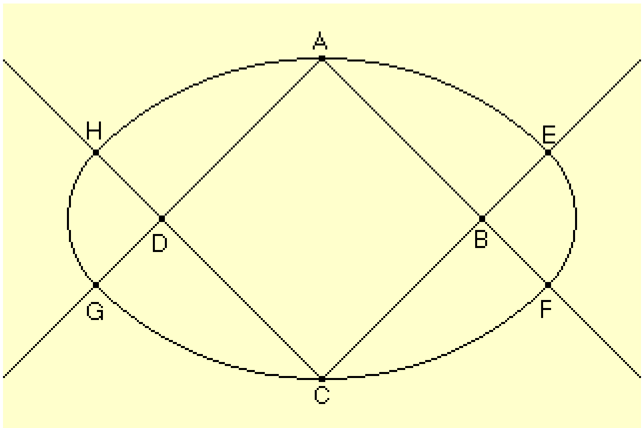
Un cube composé de 27 pièces (27 petits cubes accolés) va être démonté par trois " Picmen " agissant simultanément. A chaque " gong " donné par un automate métronome, chaque Picman doit prendre et dévorer un petit cube. Le grand cube a entièrement disparu en exactement une minute, à partir du premier " gong ".

La démo permet de choisir le nombre de petits cubes et le nombre de Picmen.

Combien de temps faudra-t-il, dans les mêmes conditions, à cinq Picmen pour détruire un cube de 125 pièces ?

Exercice n° 2 : (5 points)

L'ovale



L'ovale représenté ci-contre a été construit à partir du carré ABCD. Il est constitué de plusieurs arcs de cercle de centres A, B, C et D.

Construire un tel ovale en prenant AC = 10 cm.

Calculer l'aire de la surface limitée par cet ovale (donner ce résultat arrondi au mm^2).

Exercice n° 3 : (5 points)

Mes quat'zamis

1er mai, 14 juillet, 15 août, 25 décembre : difficile d'oublier les anniversaires de mes quatre amis !

Autre souvenir précis : la même année, seul l'anniversaire de l'un d'eux, Fabien, ne tombait pas le weekend.

Quelle est la date d'anniversaire de Fabien ?

Exercice n° 4 : (5 points)

Compte épargne

```
       CENT
x        RE
    8 5 8 6
  E P A P G
...........
```

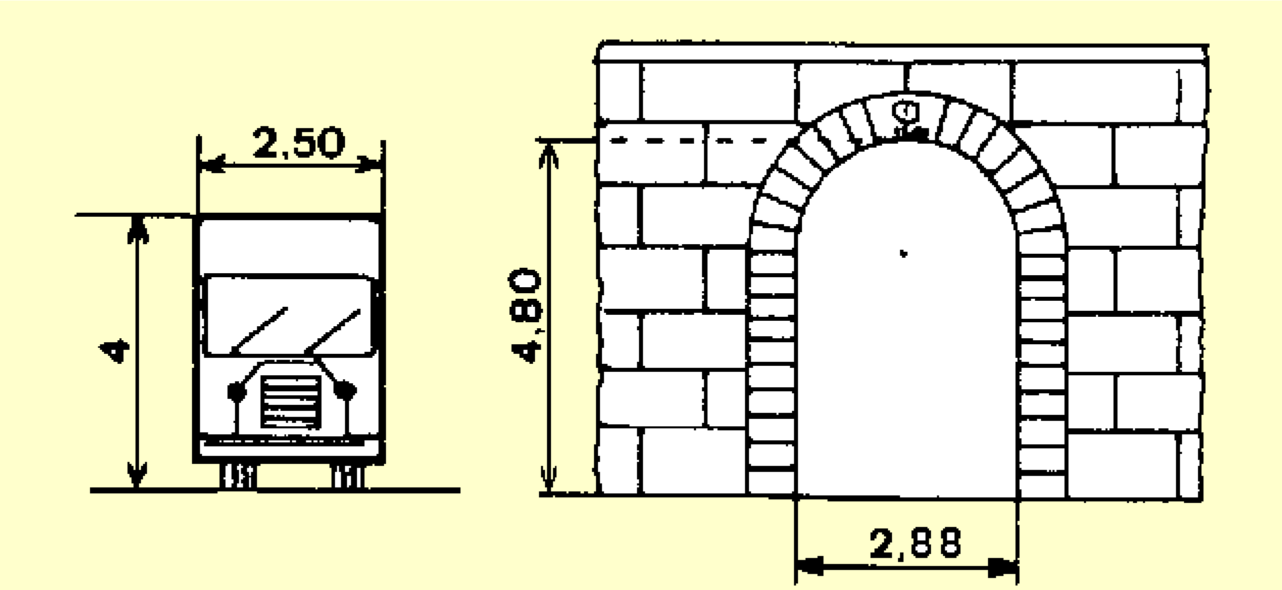
Dans la multiplication posée ci-contre les chiffres de trois lignes ont été codés par des lettres et les six chiffres du résultat ont été effacés.

Dans le codage utilisé, les dix chiffres correspondent à dix lettres différentes.

Effectuer l'opération et décoder le mot " EPARGNE ".

Exercice n° 5 : (5 points)

Passera, passera pas ?



Les échelles utilisées sur les deux dessins ne sont pas les mêmes. Les cotes sont indiquées en mètres.

Exercice n° 6 : (8 points)

Panique sur le Belem

C'est la panique à bord du Belem car les appareils ne fonctionnent plus !

Mais on peut encore faire les relèvements par rapport à trois amers A, B et C, c'est-à-dire que si on note M la position du bateau, on peut connaître les angles AMB=alpha et BMC=bêta.

Pour trouver sur la carte la position M du bateau, le commandant propose la construction suivante :

> Tracer à l'intérieur de l'angle ABC, la demi-droite [Bt) faisant avec [BA) un angle de (90°- alpha) et la demi-droite [Bs) faisant avec [BC) un angle de (90°- bêta) .
>
> Tracer la perpendiculaire à la droite (BA) en A ; elle coupe la demi-droite [Bt) en I.
>
> Tracer la perpendiculaire à la droite (BC) en C ; elle coupe la demi-droite [Bs) en J.
>
> Le projeté orthogonal de B sur la droite (IJ) est M !

Réaliser ce programme de construction en prenant :
AB = 8 cm, AC = 12 cm, BC = 6 cm, alpha = 72° et bêta = 78°.

Justifier, en utilisant par exemple le cercle de diamètre [BI], qu'on obtient bien ainsi la position du bateau sur la carte.

Exercice n° 7 : (5 points)

Comme la lune

On sait que "la lune de mars" apparaît toujours entre le 8 mars et le 15 avril et que Pâques est le premier dimanche qui suit le quatorzième jour de "la lune de mars".

L'Ascension, quant à elle, a lieu quarante jours après Pâques, le jour de Pâques étant compté.

<u>En pratique, on détermine la date de Pâques de la manière suivante :</u>

Pâques est à la date (22 + d + e) mars ou (d + e - 9) avril.

n étant l'année considérée d et e sont définis comme suit :

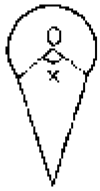
a est le reste de la division de n par 19
b est le reste de la division de n par 4
c est le reste de la division de n par 7
d est le reste de la division de 19a + 24 par 30
e est le reste de la division de 2b+4c+6d+5 par 7.

Justifier qu'en 1997 l'Ascension est bien le 8 mai.

Quel jour tombera l'Ascension en l'an 2000 ?

Exercice n° 8 : (12 points)

QCM

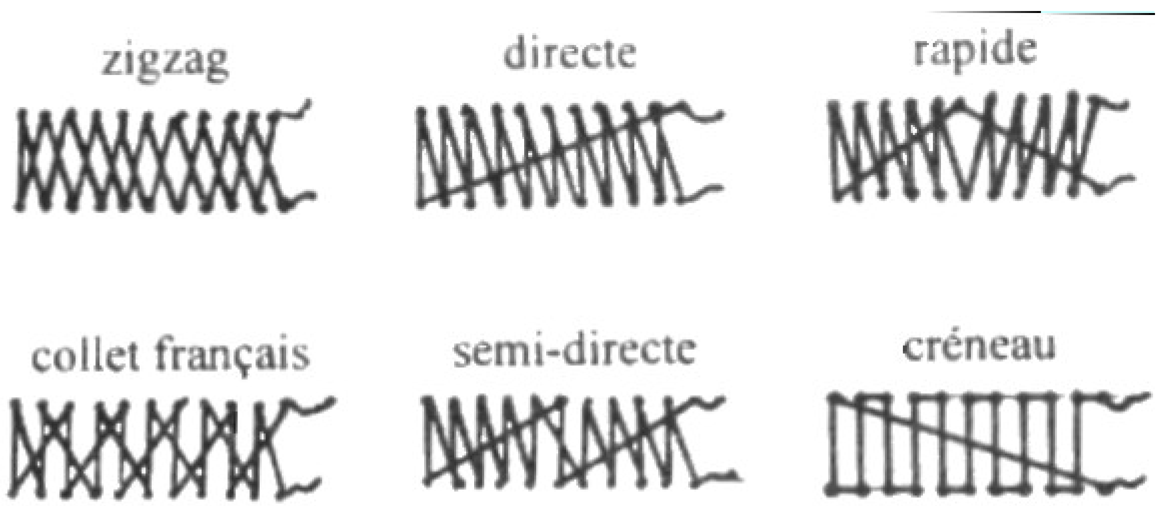
QCM 1	Un directeur général a sous ses ordres sept directeurs adjoints, chacun responsables des sept chefs de services, eux mêmes dirigeants chacun sept employés. Le nombre de personnes dans l'entreprise est: (A) 22 (B) 343 (C) 344 (D) 399 (E) 400
QCM 2	Un cornet de glace a le profil suivant : un triangle isocèle de hauteur 12 cm surmonté des trois quarts d'un cercle de centre O et de rayon 3 cm. L'angle x, exprimé en degré, vaut :  (A) 30 (B) 60 (C) 90 (D) 120 (E) impossible à déterminer avec ces données.
QCM 3	Dans un plan, on trace un cercle et deux tangentes à ce cercle en deux points diamétralement opposés. Le nombre de points du plan équidistants du cercle et de ces deux tangentes est : (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) une infinité
QCM 4	On enlève d'une citerne $\frac{1}{5}$ de son contenu, puis encore $\frac{1}{5}$ du reste. Après ces prélèvements, elle contient encore $\frac{1}{5}$ de sa capacité. Le rapport du contenu de la citerne à sa capacité est : (A) $\frac{3}{25}$ (B) $\frac{16}{125}$ (C) $\frac{5}{16}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{16}{25}$
QCM 5	On dispose de cubes de 1 cm d'arête, tous de couleurs différentes. On réalise avec ces cubes un grand cube de 3 cm d'arête. Le nombre de couleurs différentes sur l'ensemble des six faces du grand cube est : (A) 18 (B) 26 (C) 27 (D) 38 (E) 54
QCM 6	Le nombre de produits différents que l'on peut obtenir à l'aide de deux entiers quelconques, positifs non nuls, de somme strictement inférieur à 10 est : (A) 12 (B) 15 (C) 16 (D) 20 (E) 30
QCM 7	Un polygone régulier de centre O est transformé en lui même lorsqu'il subit une rotation de 60° et lorsqu'il subit une rotation de centre O de 45°. Le nombre minimal de côtés de ce polygone est : (A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 24 (E) 48
QCM 8	Dans la division de 100 par certains entiers positifs on obtient le reste 4. Le nombre de ces entiers est : (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 12

Exercice n° 9 : (8 points)

On ne peut pas savoir

Maud connaît les six façons ci-dessous de lacer ses " Doc ". Les deux rangées parallèles de onze trous sont distantes de 3 cm et sur chaque rangée les trous sont régulièrement espacés de 1 cm.

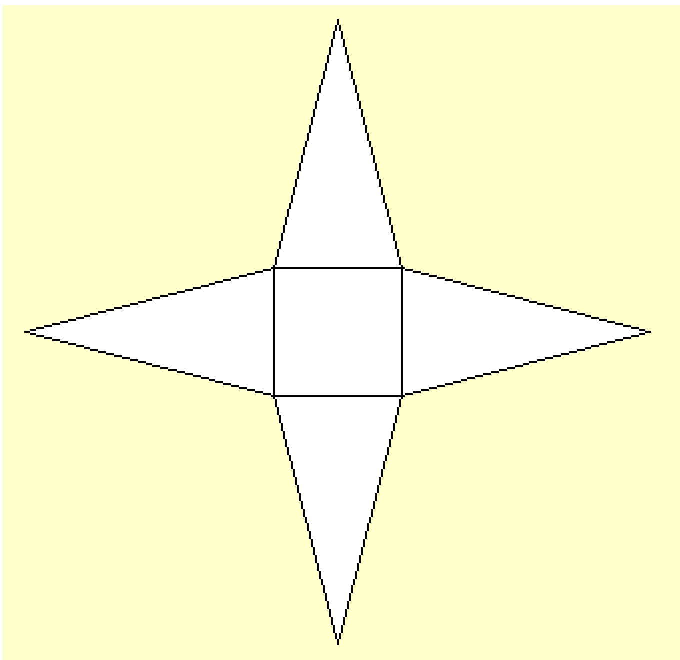
Quels sont, parmi ceux ci, les types de laçage que Maud peut-elle utiliser, sachant que ses lacets mesurent un mètre de long et qu'elle a besoin d'au moins 30 cm pour faire la boucle ?



Exercice n° 10 : (5 points)

Maxi Patron

Les faces latérales d'une pyramide régulière à base carrée sont des triangles isocèles dont les côtés mesurent L, 2L et 2L, où L désigne une longueur en cm. Voici un patron de cette pyramide



Déterminer la longueur L correspondant au plus grand patron possible de ce type pouvant être contenu dans une feuille A4 (dimensions 21 x 29,7 cm).

Dessiner ce patron en vraie grandeur.

Exercice n° 11 : (5 points)

L'algorithme tentaculaire

Si N est un entier naturel différent de zéro, on définit l'algorithme suivant : on remplace N par le nombre N' obtenu en ajoutant les carrés de ses chiffres, puis on recommence avec N' et ainsi de suite.

Exemple : $N = 27$; $N' = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$, puis :
$N = 53$; $N' = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$, ...

$$27 \longrightarrow 53 \longrightarrow 34 \longrightarrow$$

On obtient ainsi une succession de nombres dite " chaîne ", et on dit qu'une chaîne " boucle " si on retrouve le nombre de départ au bout d'un certain nombre d'opérations.

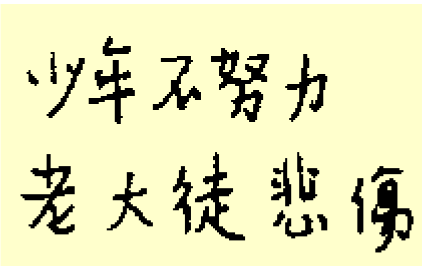
1) En utilisant tous les entiers à un chiffre, vérifier que toutes les chaînes obtenues bouclent. On représentera cet ensemble de chaînes par un schéma unique pour tous les nombres N de départ.

2) Prendre un nombre N à trois chiffres et lui appliquer l'algorithme précédent. Que remarque-t-on ?

Partie Spéciale Seconde

Exercice n° 12 : (12 points)

Casse tête chinois



Si tu ne travailles pas quand tu es jeune, tu seras triste quand tu seras vieux car tu auras perdu ton temps.

Dans le Jiuzhang Suanshu ou L'Art Mathématique en neuf sections, livre chinois du IIe siècle avant JC, on trouve le problème suivant :

Etant donné un champ de la forme d'un segment circulaire de base $b = 78\frac{1}{2}$ et de hauteur $h = 13\frac{7}{9}$, trouver son aire.

Attention, avec cette notation, $13\frac{7}{9}$ signifie $13+\frac{7}{9}$, c'est-à-dire $\frac{124}{9}$.

Un segment circulaire est la partie d'un disque comprise entre la corde et l'arc qu'elle sous-tend.

1°/ L'auteur appliquait la formule suivante $S=\frac{bh+h^2}{2}$ Quelle valeur fournit-elle ?

2°/ Vingt deux siècles plus tard, on sait que cette formule donne une valeur erronée de l'aire du champ.

Calculer <u>correctement</u> l'aire de ce champ en justifiant la démarche utilisée.

3°/ Quelle est, en pourcentage, l'erreur commise par les chinois de cette époque ?

Exercice n° 13 : (8 points)

Chocolat noisettes

Un chocolatier veut fabriquer des plaques de chocolat aux noisettes pesant 200 g, mesurant 19,5 cm de long, 9 cm de large et 1 cm d'épaisseur.

Un centimètre cube de chocolat au lait pèse 1 g et un centimètre cube de noisettes 2,25 g. Les noisettes sont utilisées entières et sont des boules de 9 mm de diamètre.

Combien de noisettes le chocolatier doit-il utiliser pour chaque plaque de chocolat ?

Exercice n° 14 : (5 points)

Sous cloche

Un cube de volume 8 dm^3 est posé sur un plan de travail.

Calculer le rayon de la plus petite cloche hémisphérique qui, posée sur ce plan, recouvre entièrement le cube.